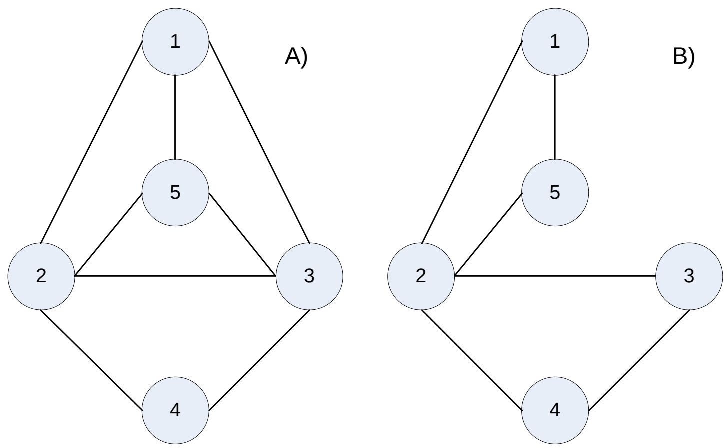
MATEMATIKA U RAČUNARSTVU (napredni kurs)
Euler-ova putanja

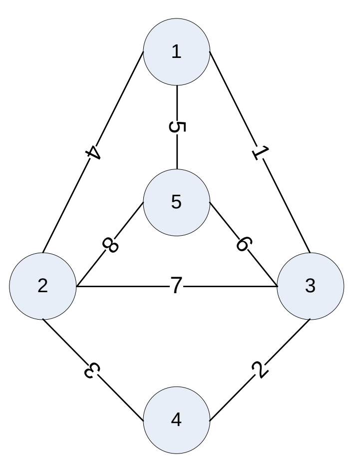
1. Provjeriti da li postoji, i ako postoji, odrediti Euler-ovu putanju grafova sa Slike 1.



Slika 1 - Grafovi iz Zadatka 1.

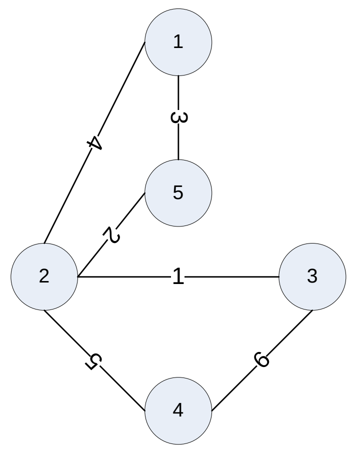
Euler-ova putanja je putanja koja prolazi svakom **granom** grafa tačno jedan put. Ukoliko u povezanom grafu (ili multigrafu) imamo 0 ili 2 čvora neparnog stepena tada graf posjeduje Euler-ovu putanju. Stepen čvora je broj grana koje sadrže dati čvor. U prvom slučaju, kada se radi o grafu bez čvorova neparnog stepena, Euler-ova putanja je **zatvorena** odnosno predstavlja Euler-ov ciklus.

A) Prvi graf sa slike 1. ima 2 čvora sa neparnim stepenima: 1 i 5 (imaju po 3 grane). Odatle zaključujemo da postoji Euler-ova putanja. *Kod obilaska grafova koji imaju dva čvora neparnog stepena treba voditi računa da obilazak počinje od* ***jednog od čvorova neparnog stepena***. Jedan od mogućih načina za obilazak ovog grafa je dat na Slici 2 (brojevi na granama označavaju redosljed obilaska).



Slika 2 - Euler-ova putanja.

B) Drugi graf sa Slike 1. nema čvorova sa neparnim stepenima (0 čvorova sa neparnim stepenima), odakle zaključujemo da u tom grafu postoji Euler-ova putanja. *Kod obilaska grafova ovoga tipa treba voditi računa o tome da putanja **ne formira ciklus** prije nego što obiđe sve grane*. To bi se desilo da smo išli od čvora 3 prema čvoru 4 preko čvora 2.



Slika 3 - Euler-ova putanja.

Ovdje je zgodno objasniti i kako se na osnovu matrice susjedstva određuje stepen nekoga čvora. Posmatrajmo npr. matricu susjedstva prvog grafa (možete grane označiti malim latiničnim slovima kao što smo radili na vježbama, u cilju lakšeg snalaženja):

$$A=\begin{array}{cc} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} N \\ P \\ P \\ P \\ N \end{array} \\ \begin{array}{ccccc} N & P & P & P & N \end{array} & \end{array}.$$

Odavde možemo zaključiti da je stepen nekog čvora jednak sumi elemenata kolone (ili vrste) koja predstavlja dati čvor. Ovo važi samo ukoliko su na glavnoj dijagonali 0. **Ako imamo 1 na glavnoj dijagonali, prilikom određivanja stepena nekog čvora, tu vrijednost treba pomnožiti sa 2, jer ista grana i ulazi i izlazi iz datog čvora**.

U matrici je označeno slovima *N* i *P* koliki je stepen svakog čvora. Slovo *N* stavljamo za neparan broj jedinica u vrsti (ili koloni), a slovo *P* za paran. Da jedinica stoji na glavnoj dijagonali, broji se kao da su u toj vrsti (ili koloni) dvije jedinice. Može se posmatrati bilo za vrste, bilo za kolone (rezultat je identičan). Potrebno je prebrojati slova *N*, koja označavaju čvorove sa neparnim stepenima. Ukoliko ih je 2, ili 0 Euler-ova putanja postoji, u suprotnom, zaključak je da ona ne postoji. U slučaju orjentisanih grafova, takođe važe prethodna razmatranja.